COLLECTED WORKS

KURT GÖDEL

Vol. IV, Correspondence A-G; Vol. V, Correspondence H-Z. Edited by Solomon Feferman, John W. Dawson Jr., Warren Goldfarb, Charles Parsons, Wilfried Sieg. Oxford: Clarendon Press, 2003; xxii + 662 y xxvi + 664 pp.

RF Estos dos tomos de cartas escogidas completan la edición de las obras de Gödel emprendida poco después de su muerte en 1978. Los vols. I y II, aparecidos en 1986 y en 1990, contienen los escritos que publicó en vida, y el vol. III, publicado en 1995, trae una selección de inéditos. La edición entera es un modelo en su género que, me temo, no será fácil igualar. Fuera del aparato habitual de bibliografías e índices, incluye, además del original, una traducción inglesa de todos los textos escritos en alemán. Pero además cada sección –esto es, cada grupo de artículos afines, serie de lecciones o conferencia de Gödel en los vols. I-III, cada correspondencia con una persona determinada en los vols. IV-V– viene precedida por una introducción en inglés que explica su contenido y lo sitúa en su contexto histórico. Estos textos, siempre muy instructivos y a veces bastante extensos, son obra de alguno de los editores –cuya nómina, además de los ya mencionados, incluye a Stephen Kleene, Robert Solovay, Gregory Moore y Jean van Heijenoort– o de un experto invitado por ellos (por ejemplo, Stephen Hawking, Howard Stein y David Malament para las secciones concernientes a la teoría de la relatividad y su cosmología, A.A. Toelstra para las referentes al intuicionismo, George Boolos para la Gibbs Lecture de 1951). Gracias a la importancia inmensa de los hallazgos de Gödel en todas las materias que tocó, se ha podido reclutar para comentarlos un cuerpo tan ilustre de especialistas.

Los vols. IV y V reproducen casi 500 cartas intercambiadas con 50 corresponsales. La mayoría procede del acervo de aproximadamente 3.500 preservadas por Gödel; pero unas cuantas han sido facilitadas, para llenar lagunas, por los corresponsales mismos o sus herederos. El criterio de selección ha sido "que las cartas posean un intrínseco interés científico, filosófico o histórico o que iluminen los pensamientos de Gödel o sus relaciones con otras personas" (IV: v). Lamentablemente, Georg Kreisel y Paul Cohen se negaron a autorizar la publicación de sus cartas. Por esto, se reproducen solo 5 de las 21 que Gödel escribió a éste –ya que otros documentos han permitido reconstruir el sentido de las respuestas– y se omite del todo su correspondencia con aquél. Un apéndice al vol. V trae tres cartas de Felix Kaufmann a Hugo Behmann, una de Dana Scott a Burton Dreben y Hao Wang, y dos de Hao Wang a Stephen Kleene, con observaciones que Gödel les encargó transmitir. Cada tomo

incluye un lista en orden cronológico de todas las cartas seleccionadas, con indicación de sus fuentes, así como un calendario completo de algunas de las correspondencias que parcialmente reproduce. El vol. V contiene un inventario de los papeles póstumos de Gödel guardados en la biblioteca de la Universidad de Princeton, con los datos necesarios para ubicarlos en los rollos de microfilm.

La correspondencia de Gödel con Paul Bernays (IV: 41-313), coautor con Hilbert de *Grundlagen der Mathematik* (1934, 1939) y cofundador epónimo con von Neumann y Gödel de una de las dos axiomatizaciones estándar de la teoría de conjuntos (la llamada NBG; la otra, ZF, se llama así por Zermelo y Fraenkel), es la más extensa y quizás la más interesante. Las primeras cartas (1930-32) se refieren al descubrimiento por Gödel de la incompletud de la aritmética elemental (esto es, de la imposibilidad de construir un sistema formal en que todas sus verdades puedan deducirse) y sus implicaciones, aparentemente letales, para el programa de Hilbert. Bernays sugiere la posibilidad de soslayarlas adoptando la llamada regla ω[1]; en su respuesta, con fecha 2 de abril de 1931, Gödel bosqueja una refutación, que anticipa resultados de Rosser[2]. Un segundo grupo de cartas (1939-42) se refiere a la teoría de conjuntos, la relación entre las axiomatizaciones propuestas por ambos y los rumores, trasmitidos a cada uno de ellos por Mostowski, de que (i) Gödel había hecho "algo" sobre la independencia de la hipótesis del continuo y (ii) Bernays pretendía haber demostrado la indenumerabilidad de los conjuntos construibles de números naturales. Gödel desmiente el primer rumor y se declara estupefacto ante el otro (falso también; ambas cuestiones serán resueltas –(i) positivamente y (ii) negativamente– por Paul Cohen, que en 1939 tenía solo cinco años de edad.) Un tercer grupo (1956-75), que comprende 71 de las 85 cartas escogidas, se refiere a múltiples cuestiones estudiadas por Gödel, Bernays y otros matemáticos en esos años.

Me ha llamado la atención el contraste entre las correspondencias con John von Neumann y con Ernst Zermelo sobre los teoremas de incompletud. Mientras von Neumann, dos años mayor que Gödel, percibe en el acto la validez e importancia de sus demostraciones, reconociéndoles un alcance más radical que el que Gödel mismo osó inicialmente atribuirles, Zermelo, que le lleva 35 años, le hace una objeción que sugiere que no ha entendido los términos del problema. Según Zermelo, el error de Gödel proviene del "prejuicio finitista", conforme al cual "todo concepto matemáticamente definible puede expresarse mediante una 'combinación finita de signos' (¡con arreglo a un sistema *fijo*!)" (V: 422). Respondiendo a Zermelo, Gödel le explica pacientemente la marcha de su demostración y le recalca que, para él, "lo esencial de mi resultado [consiste en] que, para cada sistema formal de la matemática, hay proposiciones

1 Véase Mosterín y Torretti, *Diccionario de lógica y filosofía de la ciencia* (Madrid: Alianza, 2002), *s.v.* **regla omega de inferencia.** En esta obra se explican también otros términos técnicos que utilizo a continuación.

2 J.B. Rosser, "Gödel theorems for non-constructive logics", *Journal of Symbolic Logic*, **2**: 129-137 (1937).

(*Sätze*) que se pueden *expresar* dentro de ese sistema, pero no se pueden *decidir* desde sus axiomas, y que esas proposiciones son incluso de un género relativamente sencillo, pues pertenecen a la teoría de los números enteros positivos" (V: 428).

Gran interés científico y filosófico tienen también las correspondencias con Rudolf Carnap, Alonzo Church, Paul Finsler, Jacques Herbrand, Arend Heyting, Karl Menger, Abraham Robinson, Alfred Tarski y Hao Wang; pero no cabe comentarlas aquí. En un plano más anecdótico, es bueno aprender directamente de la pluma de Gödel, que nunca adhirió a "la opinión de que la matemática es sintaxis del lenguaje" y que su obra "se basa más bien en una *oposición* a esa opinión" (IV: 323); que la primera vez que leyó los *Principia mathematica* de Whitehead y Russell, la obra le "entusiasmó mucho menos de lo que su fama le hacía esperar" (IV: 402), y que el libro de Wittgenstein, *Observaciones sobre los fundamentos de la matemática*, le pareció útil ante todo "porque exhibe la falsedad de los asertos contenidos en él (y en el *Tractatus*)" (IV; 160). Simpático me parece lo que escribe a Seelig, el biógrafo de Einstein, que quiere saber sobre sus relaciones con éste: "Me he preguntado a menudo por qué Einstein se complacía en conversar conmigo y creo haber hallado una de las razones: yo solía opinar todo lo contrario y no lo disimulaba" (V: 248).

A los numerosos lectores de *La prueba de Gödel* de Nagel y Newman les divertirá leer el intercambio epistolar que Gödel tuvo al respecto con el editor Allan Angoff y con el propio Nagel. Ellos querían incluir en el libro el original y una traducción inglesa del artículo donde primero apareció la famosa prueba (de los teoremas de incompletud)[3]. Gödel, que no sin razón desconfiaba de la aptitud de Nagel y Newman para explicarla satisfactoriamente, puso como condición que le permitieran examinar lo escrito por ellos antes de imprimirlo. Nagel rechazó esta pretensión de censura previa[4] y el texto de Gödel quedó fuera del proyecto.

Menciono, por último, cinco cartas de Gödel a su madre Marianne, elegidas entre 245 que se conservan. Cuatro de ellas, escritas en 1961, abordan "la grave cuestión" planteada por ella, de si Gödel cree que se volverán a ver ("die schwerwiegende Frage, ob ich an ein Wiedersehen glaube"–IV: 428). Gödel opina que tiene que ser así si el mundo está organizado de un modo razonable; "pues ¿qué sentido tendría producir un ser (el ser humano) que tiene un campo tan vasto de posibilidades de desarrollo propio y de relaciones con otros y no dejarlo alcanzar ni un milésimo de ellas?" (ibíd.). Tras diversas consideraciones que, al parecer, dejaron perpleja a la mamá, Gödel admite, en otra carta, que para entenderlas sería necesario estudiar filosofía. Sin embargo, "el estudio actual de la filosofía tampoco ayuda mucho a comprender tales

3 A la sazón solo era accesible en la publicación original: K. Gödel, "Über formal unentscheidbare Sätze der *Principia Mathematica* und verwandten Systeme". *Monatshefte für Mathematik und Physik.* 7: 173–198 (1931).

4 "I must say, quite frankly, that your second stipulation was a shocking surprise to me, since you were ostensibly asking for the *right to censor* anything of which you disapproved in our essay. Neither Mr. Newman nor I felt we could concur in such a demand with(out) a complete loss of self-respect." (Nagel a Gödel, 22.08.1957; V: 152).

cuestiones, ya que el 90% de los filósofos de hoy juzga que su principal tarea consiste en sacarle a la gente la religión de la cabeza (*den Menschen die Religion aus dem Kopf zu schlagen*) y operan por eso en la misma dirección que las malas iglesias" (IV: 436). La carta siguiente, tras citar varios ejemplos de avance científico y tecnológico, concluye con esta tirada:

> Naturalmente, hoy estamos muy lejos de poder fundamentar científicamente la imagen teológica del mundo, pero creo ya debería ser posible comprender mediante el solo entendimiento (sin apoyarse en la fe ni en religión alguna) que la visión teológica del mundo es enteramente compatible con todos los hechos conocidos (inclusive las situaciones que prevalecen en nuestra Tierra). [...] Lo que llamo visión teológica del mundo (*theologische Weltanschauung*) es la idea de que el mundo y todo lo que hay en él tiene una razón y un sentido, y en efecto un sentido bueno e indubitable. De esto se sigue inmediatamente que nuestra existencia terrenal, que en sí misma posee a lo sumo un sentido muy dudoso, solo puede ser medio para un fin para otra existencia. La idea de que todo en el mundo tiene un sentido es por lo demás exactamente análoga al principio de que todo tiene una causa, en el cual reposa toda la ciencia.
> (IV: 438)

No quedan cartas de Marianne a su hijo, porque, cuando él falleció, su esposa Adele las destruyó todas.

ROBERTO TORRETTI
Universidad de Puerto Rico